



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ



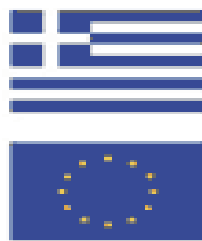
Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ**



ΑΝΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΠΣ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ



**ΦΑΣΗ Β' – CASE STUDIES ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ
ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**

**ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΗΣ
ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΤΗΣ ΧΗΜΙΚΗΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ V.P.I**

ΣΥΝΤΑΚΤΗΣ: ΧΑΤΖΗΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ ΟΛΥΜΠΙΑ

1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ – Γραμμικός Προγραμματισμός

1.1 Εισαγωγή στον Γραμμικό Προγραμματισμό

Προβλήματα βελτιστοποίησης αναφέρονται στη μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση μίας ή περισσότερων αριθμητικών συναρτήσεων ενός αριθμού μεταβλητών, οι τιμές των οποίων ικανοποιούν ένα σύνολο περιορισμών. Τα προβλήματα βελτιστοποίησης διακρίνονται σε προβλήματα κλασικής βελτιστοποίησης και προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού. Η βασική διαφορά που χωρίζει τα προβλήματα κλασικής βελτιστοποίησης από τα προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού αναφέρεται στο είδος και τη φύση των περιορισμών.

Ειδικότερα, στα προβλήματα κλασικής βελτιστοποίησης το σύνολο των περιορισμών αποτελείται μόνο από εξισώσεις. Οι μέθοδοι επίλυσής τους που ονομάζονται κλασικές μέθοδοι βελτιστοποίησης, χρησιμοποιούν τα εργαλεία της κλασικής μαθηματικής ανάλυσης δηλαδή του διαφορικού και του ολοκληρωτικού λογισμού. Αντίθετα στα προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού το σύνολο των περιορισμών περιλαμβάνει εκτός των εξισώσεων και ανισότητες. Μεταξύ των περιορισμών των προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού περιλαμβάνονται και οι περιορισμοί μη αρνητικότητας των μεταβλητών. Οι περιορισμοί αυτοί δεν αντιμετωπίζονται στα πλαίσια των προβλημάτων κλασικής βελτιστοποίησης.

Οι κλασικές μέθοδοι βελτιστοποίησης αναπτύχθηκαν αρχικά για την βελτιστοποίηση πολλών και ενδιαφερόντων προβλημάτων που παρουσιάστηκαν κυρίως στις φυσικές επιστήμες, στη μηχανολογία και τη γεωμετρία. Αργότερα όμως, χρησιμοποιήθηκαν ευρέως από τις οικονομικές επιστήμες κυρίως στην παραγωγή σημαντικών αποτελεσμάτων της κλασικής θεωρίας της παραγωγής και κατανάλωσης.

Τα τελευταία πενήντα χρόνια παρουσιάστηκαν πολλά καινούρια και ενδιαφέροντα πρακτικά προβλήματα οικονομικής κυρίως βελτιστοποίησης. Τα προβλήματα αυτά ονομάστηκαν προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού και η επίλυσή τους δε μπορούσε να γίνει με τις τεχνικές των κλασικών μεθόδων βελτιστοποίησης. Αναπτύχθηκαν έτσι καινούριες μέθοδοι βελτιστοποίησης για την επίλυση των προβλημάτων οι οποίες και ονομάστηκαν μέθοδοι μαθηματικού προγραμματισμού.

1.2 Βασικά χαρακτηριστικά των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού

Ο μαθηματικός προγραμματισμός αναφέρεται γενικά στην επίλυση προβλημάτων κατανομής περιορισμένων οικονομικών πόρων ή μέσων σε ένα σύνολο δραστηριοτήτων έτσι ώστε να βελτιστοποιείται μία ή περισσότερες συναρτήσεις επιλογής ή στόχου. Τα κύρια χαρακτηριστικά στοιχεία κάθε προτύπου μαθηματικού προγραμματισμού, είναι:

➤ Υπάρχει ένα σύνολο δραστηριοτήτων $j = \{1, 2, \dots, n\}$ οι οποίες μπορεί να συμβολίζουν παραγωγή προϊόντων, παροχή διαφόρων ειδών υπηρεσιών ή οτιδήποτε άλλο. Σε κάθε δραστηριότητα αντιστοιχεί μία μεταβλητή έστω η x_j , η τιμή της οποίας προσδιορίζεται από την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος του μαθηματικού προγραμματισμού και υποδεικνύει το ύψος εκτέλεσης ή παραγωγής της αντίστοιχης δραστηριότητας j . Οι μεταβλητές αυτές ονομάζονται μεταβλητές απόφασης.

➤ Έστω ένα σύνολο οικονομικών πόρων ή μέσων $i = \{1, 2, \dots, m\}$ που διατίθενται σε περιορισμένες ποσότητες για την εκτέλεση των δραστηριοτήτων. Οι πόροι αυτοί μπορεί να είναι πρώτες ύλες, βοηθητικά υλικά, μηχανολογικός εξοπλισμός, αποθηκευτικοί

χώροι, εργατοώρες και γενικά οποιοσδήποτε συντελεστής παραγωγής ο οποίος είναι απαραίτητος για την εκτέλεση του συνόλου των δραστηριοτήτων j . Σε κάθε συντελεστή παραγωγής i του j αντιστοιχεί μία περιοριστική σταθερά έστω b_i η τιμή της οποίας δείχνει το ύψος της διατιθέμενης ποσότητάς του. Ακόμη σε κάθε συντελεστή i αντιστοιχεί και μία περιοριστική συνάρτηση έστω $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ η οποία συνδέεται με την b_i με σχέση ισότητας ή ανισότητας. Οι περιοριστικές αυτές σχέσεις ονομάζονται τεχνολογικοί περιορισμοί γιατί ενσωματώνουν και εκφράζουν τις διάφορες τεχνολογικές σχέσεις παραγωγής. Τους τεχνολογικούς περιορισμούς συμπληρώνουν οι περιορισμοί πολιτικής με τους οποίους εκφράζονται διάφορες αποφάσεις, όπως τα επιθυμητά ανώτατα ή κατώτατα όρια στις τιμές των μεταβλητών και των περιορισμών.

➤ Υπάρχει τουλάχιστον μία αντικειμενική συνάρτηση, η βελτιστοποίηση της οποίας επιδιώκεται από την επίλυση του προβλήματος του μαθηματικού προγραμματισμού.

Με βάση την παραπάνω ανάλυση το γενικό πρόβλημα του μαθηματικού προγραμματισμού μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$\text{Opt } z(x_1, \dots, x_n)$$

με περιορισμούς :

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \geq = \leq b_i$$

όπου:

$$i = 1, \dots, m \text{ και } x_1, \dots, x_n \geq 0$$

Το σύνολο X των διανυσμάτων $x = (x_1, \dots, x_n)$ που ικανοποιούν τους περιορισμούς:

$$g_i(x) \{ \geq, =, \leq \} b_i, \quad i = 1, \dots, m \text{ και } x_j \geq 0, \quad \forall i \in j,$$

ονομάζεται σύνολο των εφικτών λύσεων.

Αναλόγως τώρα με τις διάφορες μαθηματικές μορφές της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιοριστικών συναρτήσεων, ο μαθηματικός προγραμματισμός ταξινομείται στις εξής βασικές κατηγορίες :

Γραμμικός Προγραμματισμός (Γ.Π.), όπου η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιοριστικές συναρτήσεις είναι γραμμικές συναρτήσεις.

Μη Γραμμικός προγραμματισμός, όπου από τις περιοριστικές συναρτήσεις και την αντικειμενική συνάρτηση τουλάχιστον μία είναι μη γραμμική.

Αμιγής ακέραιος προγραμματισμός, όπου όλες οι μεταβλητές του προβλήματος παίρνουν μόνο ακέραιες τιμές. Ο αμιγής ακέραιος προγραμματισμός μπορεί να είναι γραμμικός ή μη γραμμικός.

Μικτός ακέραιος προγραμματισμός, όπου κάποιες από τις μεταβλητές παίρνουν ακέραιες τιμές και οι υπόλοιπες μεταβλητές είναι συνεχείς. Ο μικτός ακέραιος προγραμματισμός μπορεί να είναι γραμμικός ή μη γραμμικός.

Για την επίλυση προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού έχουν αναπτυχθεί αποτελεσματικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι επιλύουν προβλήματα με χιλιάδες μεταβλητές. Αντίθετα, η επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης με κλασικές μεθόδους δημιουργεί αξεπέραστες υπολογιστικές δυσκολίες. Για το λόγο αυτό δεν ταξινομούνται στις υπολογιστικές διαδικασίες αλλά θεωρούνται εργαλεία θεωρητικής μόνο ανάλυσης.

Η συμβολή του γραμμικού προγραμματισμού στη βελτίωση της παραγωγικότητας έγκειται στο γεγονός ότι πριν από την ανάπτυξή του, σχεδόν κάθε βελτίωση της παραγωγικότητας ήταν αποτέλεσμα κάποιας τεχνολογικής προόδου, η οποία χαρακτήριζε το σύνολο κάθε κλάδου και όχι μία επιχείρηση μεμονωμένα. Με τις τεχνικές αυτές επιτυγχάνεται αύξηση της παραγωγικότητας με τις υπάρχουσες τεχνολογικές συνθήκες.

1.3 Μορφοποίηση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού

Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση, η γενική μορφή ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να διατυπωθεί σε μαθηματική μορφή ως εξής :

$$\text{Opt } z(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j$$

με περιορισμούς :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \{ \geq, =, \leq \} b_i, \quad i=1, \dots, m \quad \text{και} \quad x_j \geq 0 \quad \forall i \in j$$

Σύμφωνα με τη δομή του γενικού αυτού προτύπου μορφοποιείται μεγάλο πλήθος πρακτικών προβλημάτων. Η μορφοποίηση ενός προβλήματος σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού είναι θέμα εμπειρίας, κι αυτό γιατί δεν υπάρχει σχεδόν καμία θεωρία που να βοηθά στη μορφοποίηση αυτών των προβλημάτων. Πρόκειται λοιπόν περισσότερο για προσεγγίσεις στο πρόβλημα της μορφοποίησης παρά για μεθόδους οι οποίες εφαρμόζονται με επιστημονικά κριτήρια. Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες προσεγγίσεις στο πρόβλημα της μορφοποίησης είναι αυτή των εισροών- εκροών και της άμεσης προσέγγισης, που θα χρησιμοποιηθεί και στο παρόν case study.

1.4 Μορφοποίηση με τη μέθοδο της άμεσης προσέγγισης

Κατά τη μέθοδο αυτή, διαμορφώνεται στο **πρώτο βήμα** το σύνολο των μεταβλητών του προβλήματος. Για τη μορφοποίηση ενός προβλήματος γίνονται οι εξής βασικές υποθέσεις: η υπόθεση της αναλογικότητας των πρώτων υλών ως προς τα προϊόντα, η υπόθεση της προσθετικότητας των πρώτων υλών ως προς το σύνολο των παραγόμενων προϊόντων (οι δύο πρώτες υποθέσεις μπορούν να περιγραφούν και ως υπόθεση της γραμμικότητας) και τέλος η υπόθεση της συνέχειας των τιμών των μεταβλητών.

Στο **δεύτερο βήμα** κατασκευάζεται το σύνολο των περιορισμών του προβλήματος. Μεταξύ των βασικότερων περιορισμών είναι και οι εξής:

Περιορισμοί μη αρνητικότητας: Σε προβλήματα τα οποία περιγράφονται από φυσικά μεγέθη, οι μεταβλητές θα πρέπει να λαμβάνουν θετικές τιμές καθώς οι αρνητικές τιμές δεν έχουν νόημα και φυσική υπόσταση.

Περιορισμοί παραγωγικής δυναμικότητας: Οι περιορισμοί αυτοί προέρχονται από τα ανώτατα όρια των πόρων που διατίθενται για την εκτέλεση της παραγωγικής διαδικασίας.

Περιορισμοί υλικών και πρώτων υλών παραγωγής: Οι περιορισμοί αυτοί προέρχονται από τα ανώτατα όρια στις διαθέσιμες ποσότητες πρώτων και βοηθητικών υλών.

Περιορισμοί πολιτικής: Οι περιορισμοί αυτοί εκφράζουν διάφορους επιθυμητούς στόχους οι οποίοι αναφέρονται συνήθως στις λειτουργίες της παραγωγής ή της αγοράς.

Στο **τρίτο βήμα** δημιουργείται η αντικειμενική συνάρτηση. Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες αντικειμενικές συναρτήσεις σε προβλήματα βελτιστοποίησης της λειτουργίας μιας επιχείρησης, είναι η μεγιστοποίηση κέρδους, η ελαχιστοποίηση κόστους, η μεγιστοποίηση χρησιμοποίησης και η μεγιστοποίηση της παρούσας αξίας.

Η εκτέλεση κάθε δραστηριότητας $i \in j$ σε επίπεδο μονάδας επιφέρει ένα αποτέλεσμα το οποίο συμβολίζουμε ως c_j . Το τι παριστάνει το c_j εξαρτάται προφανώς από το είδος της αντικειμενικής συνάρτησης που βελτιστοποιείται (πχ €, τμχ, hrs).

2. CASE STUDY - Βελτιστοποίηση Προγραμματισμού Παραγωγής και Διανομής Προϊόντων σε Χημική Βιομηχανία Παραγωγής Ρητίνης PET

Ένα από τα ερευνητικά προγράμματα με τα οποία ασχολείται το εργαστήριο Οργάνωσης Παραγωγής και Βιομηχανικής Διοίκησης είναι το πρόγραμμα ΠΕΝΕΔ με τίτλο: «Βελτιστοποίηση Προγραμματισμού Παραγωγής και Διανομής Προϊόντων σε Χημική Βιομηχανία Παραγωγής Ρητίνης PET». Το συγκεκριμένο πρόγραμμα συγχρηματοδοτείται κατά 75% από την Ευρωπαϊκή Ένωση και κατά 25% από το Ελληνικό Δημόσιο.

Στο συγκεκριμένο ερευνητικό πρόγραμμα διατυπώνεται το πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού παραγωγής ενός εργοστασίου παραγωγής ρητίνης PET με τη μορφή ενός προβλήματος μικτού αέριου γραμμικού προγραμματισμού. Το εργοστάσιο παράγει τέσσερα διαφορετικά τελικά προϊόντα που αποθηκεύονται σε οκτώ σιλό. Από εκεί, είτε παραδίδονται άμεσα σε πελάτες σε μορφή χύδην (φόρτωση σε φορτηγά/βυτία), είτε συσκευάζονται σε σάκους και αποθηκεύονται σε εξωτερική αποθήκη πριν παραδοθούν σε πελάτες. Ο αντικειμενικός στόχος του προγραμματισμού είναι να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των αλλαγών της παραγωγής από προϊόν σε προϊόν, επειδή τέτοιες αλλαγές οδηγούν στην παραγωγή ασταθούς ποιοτικά προϊόντος με μη τυποποιημένα χαρακτηριστικά. Το μορφοποιημένο πρόβλημα επιλύεται με το λογισμικό βελτιστοποίησης προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού CPLEX.

2.1 Περιγραφή της χημικής βιομηχανίας

Η VPI A.E, χημική βιομηχανία παραγωγής ρητίνης (PET), παράγει και προμηθεύει τους πελάτες της με ALPHAPET ρητίνη για χρήση σε υψηλής ποιότητας συσκευασίας (μπουκάλια). Η συγκεκριμένη χημική βιομηχανία αποτελεί σήμερα το μεγαλύτερο κομμάτι της συνολικής βιομηχανίας παραγωγής ρητίνης στην Ελλάδα και εδρεύει στην Β' Βιομηχανική Περιοχή του Βόλου.



Εικόνα 1: Εγκαταστάσεις χημικής βιομηχανίας VPI

Η VPI είναι μέλος του γκρουπ των εταιρειών Frigoglass. Η εταιρεία αυτή ξεκίνησε το 1997 και η σύνθεσή της ήταν η εξής:

- FRIGOGLASS 51%
- ΕΛ.ΠΕ 35%
- RADICI 14% (Ιταλοί που έδωσαν την τεχνολογία Know-How)

2.2 Παραγωγική διαδικασία της χημικής βιομηχανίας

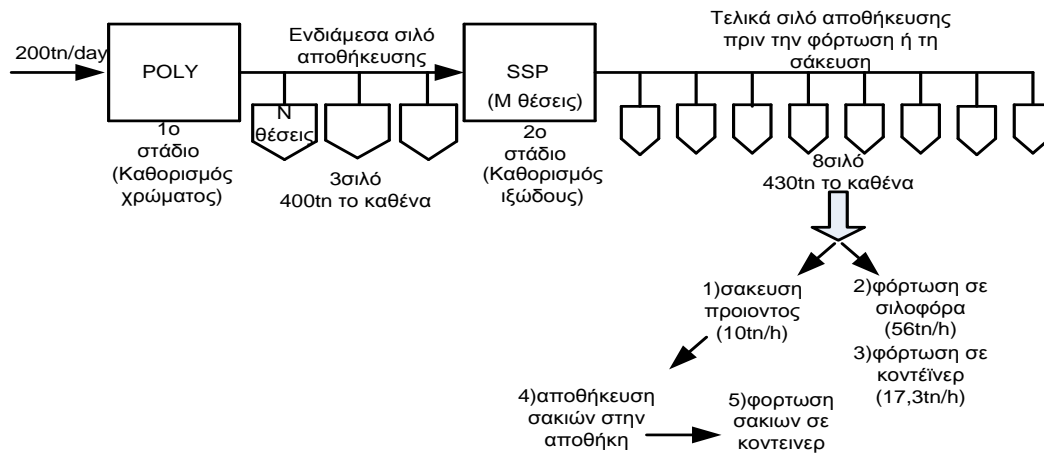
Η παρούσα εργασία παρουσιάζει τα αποτελέσματα από μια εφαρμογή σε μια μεγάλη χημική βιομηχανία παραγωγής ρητίνης PET που αποτελεί την πρώτη ύλη για την κατασκευή πλαστικών φιαλών για τις βιομηχανίες ποτών και αναψυκτικών.

Η διαδικασία παραγωγής ρητίνης PET στη χημική βιομηχανία VPI Α.Ε. είναι μια τυπική διαδικασία παραγωγής που απαντάται σε πολλές χημικές βιομηχανίες συνεχούς ροής. Η διαδικασία παραγωγής και αποθήκευσης της ρητίνης PET αποτελείται από δύο στάδια παραγωγής συνεχούς ροής με ενδιάμεση αποθήκευση, και στη συνέχεια αποθήκευση του τελικού προϊόντος σε σιλό. Στο 1^ο στάδιο (πολυμερισμός υγρής φάσης) καθορίζεται το χρώμα (σκούρο ή ανοιχτό) της πρώτης ύλης, και στο 2^ο στάδιο (πολυσυμπύκνωση στερεάς φάσης) καθορίζεται το ιξώδες (χαμηλό ή υψηλό) του παραγόμενου προϊόντος. Μεταξύ των δύο σταδίων υπάρχει ένας ενδιάμεσος αποθηκευτικός χώρος τριών παράλληλων σιλό, χωρητικότητας 400 τόνων το καθένα. Στην πράξη, χρησιμοποιείται μόνο το ένα από τα τρία σιλό, ενώ τα άλλα δύο χρησιμοποιούνται μόνο σε περιπτώσεις έκτακτης ανάγκης, όπως είναι η διακοπή της παραγωγικής διαδικασίας στο 2^ο στάδιο λόγω απρόβλεπτης βλάβης του εξοπλισμού ή για την εκτέλεση προληπτικής συντήρησης. Η χωρητικότητα του 2^{ου} σταδίου είναι 200 τόνοι. Το παραγόμενο τελικό προϊόν αποθηκεύεται σε ένα από τα οκτώ σιλό αποθήκευσης, χωρητικότητας 430 τόνων το καθένα. Από εκεί, ανάλογα με το είδος της ζήτησης, είτε φορτώνεται σε φορτηγά-κοντέινερ χωρητικότητας 26 τόνων με ρυθμό 17,3 τόνους ανά ώρα ή σε σιλοφόρα-βυτία χωρητικότητας 28 τόνων με ρυθμό 56 τόνους ανά ώρα, είτε συσκευάζεται μέσω μίας σακιστικής μηχανής σε σάκους των 1,1 τόνων με ρυθμό 10 τόνους ανά ώρα που στη συνέχεια αποθηκεύονται σε εξωτερική αποθήκη χωρητικότητας 3.000 σάκων (= 3.300 τόνων).



Εικόνα 2: Πύργος παραγωγής και σιλό αποθήκευσης

Μια σχηματική απεικόνιση της παραγωγικής και αποθηκευτικής διαδικασίας φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1: Απεικόνιση διαδικασίας παραγωγής και αποθήκευσης

2.3 Πρώτες Ύλες- Τελικά Προϊόντα

Οι βασικές πρώτες ύλες για την παραγωγή της ρητίνης PET είναι δύο, το Purified Terephthalic Acid (PTA) σε μορφή σκόνης και η Monoethylene Glycol (MEG) σε υγρή μορφή. Το PTA αποθηκεύεται από τους προμηθευτές σε τρία σιλό των 700 τόνων το καθένα και από εκεί διοχετεύεται σε ένα μικρότερο των 80 τόνων για την καθημερινή τροφοδοσία της παραγωγής. Ομοίως, το MEG αποθηκεύεται από τους προμηθευτές σε τέσσερα σιλό των 500 τόνων το καθένα ή σε δύο σιλό των 1000 τόνων το καθένα και από εκεί διοχετεύεται σε ένα μικρότερο σιλό των 10 τόνων για την καθημερινή τροφοδοσία της παραγωγής. Η ετήσια κατανάλωση σε PET και MEG είναι 60.000 και 25.000 τόνοι αντίστοιχα. Για το MEG υπάρχουν δύο βασικοί προμηθευτές που προμηθεύουν με 2.000 και 3.200 τόνους ανά τρίμηνο αντίστοιχα, με 1 ή 2 παραδόσεις ανά τρίμηνο, και ένας τρίτος μικρότερος προμηθευτής που προμηθεύει έως 5.000 τόνους ετησίως. Οι δύο πρώτοι προμηθευτές ζητούν 45 ημέρες προειδοποίηση συν 15 ημέρες για τις διαδικασίες της ολοκλήρωσης και παράδοσης της παραγγελίας. Ο τρίτος προμηθευτής ζητάει μόνον 15 ημέρες προειδοποίηση.

Η παραγωγή στα δύο στάδια είναι συνεχής και αδιάκοπη με ίδιο σταθερό ρυθμό που καθορίζεται σε ένα μικρό εύρος τιμών γύρω από τους 200 τόνους ημερησίως. Σε κάθε χρονική στιγμή, εξέρχεται από το 2^ο στάδιο παραγωγής ένα τελικό προϊόν ρητίνης με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά χρώματος και ιξώδους. Οι αποδεκτοί συνδυασμοί χρώματος και ιξώδους οδηγούν στα τέσσερα διαφορετικά τελικά προϊόντα, που είναι τα εξής:

- 1) *Water Grade* ή *WG* (ανοιχτό χρώμα και χαμηλό ιξώδες),
- 2) *Soft Drink* ή *SD* (ανοιχτό χρώμα και υψηλό ιξώδες),
- 3) *Grey* ή *G* (ενδιάμεσο χρώμα του ανοικτού και σκούρου και υψηλό ιξώδες), και
- 4) *Fast Heat* ή *FH* (σκούρο χρώμα και υψηλό ιξώδες).

Το *G* είναι το ενδιάμεσο τελικό προϊόν που παράγεται αναγκαστικά λόγω των μεταβάσεων από το *FH* στο *SD* και αντίστροφα, και δεν είναι επιθυμητό να προκύπτει. Κάθε τέτοια μετάβαση διαρκεί 4 ώρες και πραγματοποιείται με την αλλαγή χρώματος στο 1^ο στάδιο, ενώ το ιξώδες στο δεύτερο στάδιο παραμένει υψηλό.

Η μετάβαση από το *SD* στο *WG* και αντίστροφα διαρκεί 24 ώρες και πραγματοποιείται με την αλλαγή του ιξώδους στο 2^ο στάδιο παραγωγής, ενώ το χρώμα στο 1^ο στάδιο παραμένει ανοιχτό. Παρότι το τελικό προϊόν που παράγεται κατά τη διάρκεια αυτής της μετάβασης έχει μεταβαλλόμενο ιξώδες, σύμφωνα με την πολιτική του εργοστασίου, το τελικό προϊόν που παράγεται κατά το πρώτο ήμισυ του χρόνου μετάβασης, δηλαδή στις πρώτες 12 ώρες, θεωρείται ότι ανήκει στον τύπο του τελικού προϊόντος πριν τη μετάβαση, ενώ το τελικό προϊόν που παράγεται κατά το δεύτερο ήμισυ του χρόνου μετάβασης, δηλαδή στις τελευταίες 12 ώρες, θεωρείται ότι ανήκει στον τύπο του τελικού προϊόντος μετά τη μετάβαση.

Η μετάβαση από το *FH* στο *WG* και αντίστροφα διαρκεί 28 ώρες και πραγματοποιείται αρχικά με την αλλαγή του χρώματος στο 1^ο στάδιο της παραγωγής και στη συνέχεια του ιξώδους στο 2^ο στάδιο της παραγωγής. Στις πρώτες 4 ώρες παράγεται το ενδιάμεσο τελικό προϊόν *G*, ενώ στο πρώτο ήμισυ των υπολοίπων 24 ωρών παράγεται το προϊόν *SD* και στο δεύτερο ήμισυ παράγεται το προϊόν *WG*.

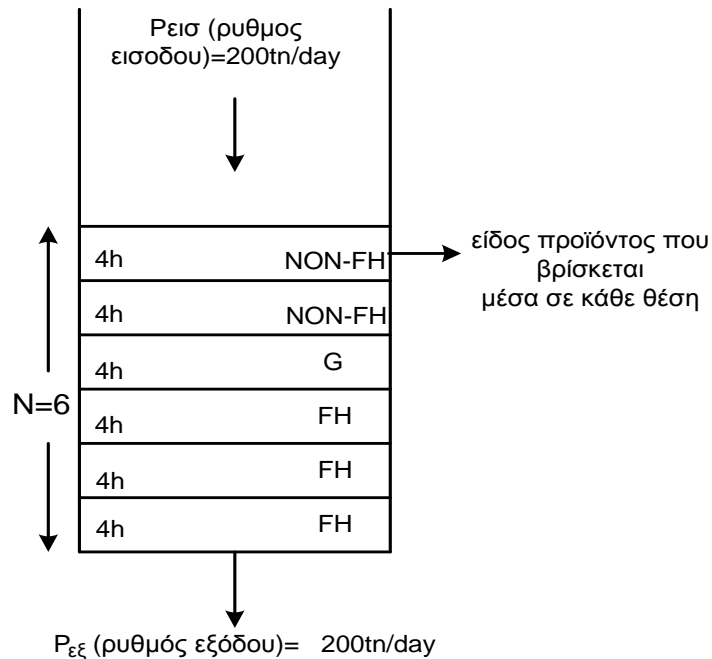
2.4 Περιγραφή του προβλήματος

Σε αυτή την εργασία διατυπώνεται το πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού του τμήματος παραγωγής του εργοστασίου, με τη μορφή προβλήματος μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. Σύμφωνα με την υπάρχουσα κατάσταση, ο χρονικός προγραμματισμός της παραγωγής του εργοστασίου γίνεται σε εβδομαδιαία βάση με τη χρήση εμπειρικών κανόνων από τον Διευθυντή Παραγωγής του εργοστασίου.

Σύμφωνα με την μοντελοποίηση της προτεινόμενης μεθόδου, για κάθε περίοδο του ορίζοντα προγραμματισμού οι βασικές μεταβλητές απόφασης είναι ο τύπος του προϊόντος που θα παράγει το εργοστάσιο, ο καθορισμός του σιλό αποθήκευσης όπου θα αποθηκεύεται το παραγόμενο προϊόν, η ποσότητα και ο τύπος του προϊόντος που θα εξέρχεται από κάθε σιλό είτε για να συσκευασθεί σε σάκους, είτε για να παραδοθεί άμεσα σε μορφή χύδην, και τέλος, η ποσότητα και ο τύπος των σάκων που θα παραδίδονται σε πελάτες από την αποθήκη. Ο αντικειμενικός στόχος του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του αριθμού των «αλλαγών» της παραγωγής, δηλαδή των μεταβάσεων της παραγωγικής διαδικασίας από προϊόν σε προϊόν, επειδή αυτές οδηγούν στην παραγωγή ασταθούς ποιοτικά προϊόντος με μη τυποποιημένα χαρακτηριστικά. Κατά τον χρονικό προγραμματισμό της παραγωγής λαμβάνονται υπόψη διάφοροι περιορισμοί και παραδοχές, μεταξύ των οποίων είναι ότι ο ρυθμός παραγωγής παραμένει σταθερός κατά τη διάρκεια του ορίζοντα προγραμματισμού, η αλλαγή από προϊόν σε προϊόν μπορεί να γίνει με συγκεκριμένη σειρά και διαρκεί συγκεκριμένο χρόνο, η αποθήκευση διαφορετικών τελικών προϊόντων πρέπει να γίνεται σε ξεχωριστά σιλό, η συσκευασία του προϊόντος γίνεται από μία σακιστική μηχανή, η ζήτηση κάθε τελικού προϊόντος σε κάθε μορφή που αυτό ζητείται (συσκευασμένο και διάφοροι τύποι χύδην) πρέπει να ικανοποιείται, και πολλοί άλλοι περιορισμοί οι οποίοι θα περιγραφούν αναλυτικά κατά τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος. Το μορφοποιημένο πρόβλημα κωδικοποιείται στη γλώσσα αλγεβρικής μοντελοποίησης AMPL και επιλύεται με το λογισμικό βελτιστοποίησης μαθηματικού προγραμματισμού CPLEX της ILOG.

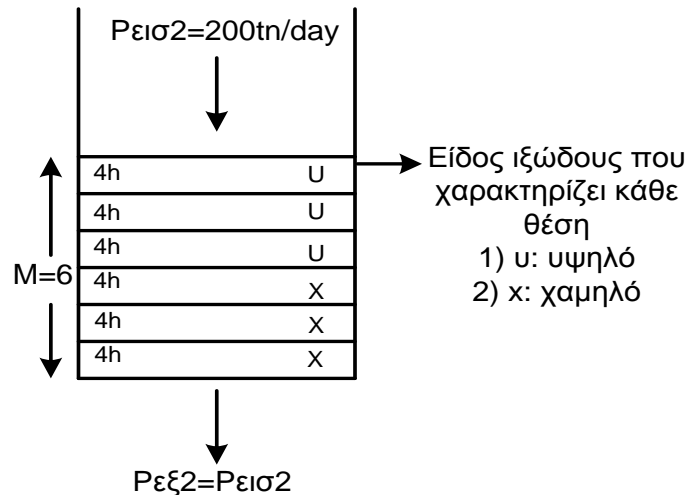
2.5 Διακριτοποίηση του χρονικού ορίζοντα

Για τις ανάγκες της διατύπωσης του προβλήματος του χρονικού προγραμματισμού της παραγωγής ως προβλήματος μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, ελήφθη χρονικός ορίζοντας προγραμματισμού ίσος με επτά (7) ημέρες. Ο ορίζοντας αυτός θεωρείται ικανοποιητικός επειδή σύμφωνα με την πολιτική της βιομηχανίας, στο τέλος κάθε εβδομάδας προγραμματίζεται η παραγωγή της επόμενης εβδομάδας, θεωρώντας ότι η ζήτησή της είναι περίπου γνωστή. Στην συνέχεια, διακριτοποιήθηκε ο ορίζοντας προγραμματισμού σε 48 ίσες περιόδους των 4 ωρών, επειδή 1^{ov} οι 4 ώρες είναι ο ελάχιστος χρόνος παραγωγής ενός τελικού προϊόντος (του G) που συμπίπτει με το χρόνο μετάβασης από ανοιχτό σε σκούρο χρώμα στο 1^o στάδιο, 2^{ov} ο χρόνος μετάβασης από χαμηλό σε υψηλό ιξώδες (24 ώρες) στο 2^o στάδιο μπορεί να εκφραστεί ως ακέραιο πολλαπλάσιο του 4, και 3^{ov} μια βάρδια των 8 ωρών μπορεί να εκφραστεί ως ακέραιο πολλαπλάσιο του 4. Με βάση αυτή τη διακριτοποίηση, χωρίστηκε θεωρητικά το σιλό ενδιάμεσης αποθήκευσης σε διακριτές θέσεις όπως φαίνεται στο Σχήμα 2, όπου η κάθε θέση αντιστοιχεί σε παραγωγή 4 ωρών ή ισοδύναμα σε 33,3 τόνους προϊόντος (= 200 τόνους ανά ημέρα ÷ 6 περιόδους (4ωρα) ανά ημέρα). Ακόμη, ορίστηκε ως N ο αριθμός των θέσεων του σιλό οι οποίες είναι κατειλημμένες από ενδιάμεσο προϊόν οποιουδήποτε τύπου, κατά την έναρξη του χρονικού ορίζοντα. Δηλαδή με το N δηλώνονται τα αρχικά αποθέματα ενδιάμεσων προϊόντων πριν τον προγραμματισμό. Για παράδειγμα, αν αρχικά στο σιλό βρίσκονται 200 τόνοι ενδιάμεσου προϊόντος, τότε $N = 6$ (= 200 τόνοι ÷ 33,3 τόνοι ανά θέση).



Σχήμα 2: Διακριτοποίηση του σιλό ενδιάμεσης αποθήκευσης σε N θέσεις

Ομοίως, χωρίστηκε και το 2^ο στάδιο παραγωγής, συνολικής χωρητικότητας 200 τόνων, σε $M=6$ θέσεις (= 200 τόνοι ÷ 33,3 τόνοι ανά θέση) όπως φαίνεται στο Σχήμα 3. Αυτό συμβαίνει διότι το συγκρότημα των μηχανών που αποτελούν το δεύτερο στάδιο της παραγωγής είναι πάντοτε γεμάτο και δεν υπάρχει πιθανότητα κάποια θέση του να είναι άδεια.



Σχήμα 3: Διακριτοποίηση του 2^{ου} σταδίου παραγωγής σε M θέσεις

2.6 Παραδοχές διατύπωσης του προβλήματος

Σημαντικό στοιχείο κατά την πορεία της δημιουργίας του μοντέλου του χρονικού προγραμματισμού αποτέλεσε η ορθή επιλογή των παραδοχών του συστήματος. Συγκεντρωτικά, οι παραδοχές διατύπωσης του προβλήματος καθώς και της μοντελοποίησης του, είναι οι εξής:

1. Τα κύρια προϊόντα που ενδιαφέρεται να παράγει η χημική βιομηχανία είναι τρία, το FH , SD , και WG . Το προϊόν G προκύπτει ως ενδιάμεσο προϊόν κατά τη διάρκεια της αλλαγής χρώματος στην παραγωγική διαδικασία από το FH στο SD ή αντίστροφα και είναι ανεπιθύμητο λόγω της μη τυποποιημένης ποιότητας που διαθέτει.
2. Στα ενδιάμεσα σιλό αποθήκευσης μπορεί να εισέλθει ένας τύπος προϊόντος χωρίς απαραίτητα την προηγούμενη χρονική περίοδο να έχει εισέλθει ο ίδιος τύπος. Με άλλα λόγια, οι διαφορετικοί τύποι προϊόντος μπορούν να «στοιβάζονται» ο ένας πάνω στον άλλο χωρίς να αναμειγνύονται.
3. Σε ένα σιλό τελικής αποθήκευσης δε μπορούν να υπάρχουν ταυτόχρονα αποθηκευμένοι περισσότεροι από ένας τύποι τελικών προϊόντων. Συνεπώς, για να εισέλθει ένας διαφορετικός τύπος προϊόντος σε σχέση με αυτόν που ήδη υπάρχει στο σιλό, θα πρέπει πρώτα το σιλό να αδειάσει πλήρως.
4. Η σάκευση γίνεται από έναν εργάτη ανά βάρδια και στο εργοστάσιο λειτουργούν 3 βάρδιες/ημέρα για 5 ημέρες/εβδομάδα. Στην περίπτωση της νυκτερινής βάρδιας, λόγω του μειωμένου προσωπικού, υποθέτουμε ότι ο συγκεκριμένος εργάτης μπορεί να σακιάζει μόνο κατά τη διάρκεια της μισής βάρδιας, επειδή τον υπόλοιπο χρόνο απασχολείται σε άλλες εργασίες (φορτώσεις, έλεγχοι, κτλ).

5. Στις ημερήσιες βάρδιες, τα σιλοφόρα και τα κοντέινερ μπορούν να φορτώσουν οποιαδήποτε ώρα. Στη νυκτερινή βάρδια, τα σιλοφόρα δεν εργάζονται, οπότε σε αυτή την βάρδια γίνεται είτε σάκιασμα είτε φόρτωση σε κοντέινερ.
6. Όταν εκδηλώνεται κάποια ζήτηση τότε αυτή πρέπει να ικανοποιείται άμεσα είτε από τα αποθέματα των σιλό είτε από την αποθήκη, αναλόγως τον τύπο του προϊόντος που ζητείται.

Με δεδομένη την επιτακτική ανάγκη από τη Διοίκηση του εργοστασίου να συστηματοποιηθεί και να βελτιστοποιηθεί ο χρονικός προγραμματισμός της παραγωγής, με απώτερο στόχο την βελτίωση της ποιότητας των προϊόντων και την εξυπηρέτηση της ζήτησης, διατυπώσαμε το πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού ως πρόβλημα μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού.

2.7 Δείκτες- Παράμετροι -Μεταβλητές απόφασης

Έχοντας ως στόχο τη μοντελοποίηση της παραγωγικής και αποθηκευτικής διαδικασίας, έπρεπε να οριστούν οι δείκτες που θα χρησιμοποιηθούν, οι σταθερές παράμετροι των οποίων οι τιμές είναι πλήρως καθορισμένες και δεσμευτικές από την παραγωγική διαδικασία, καθώς και οι μεταβλητές των οποίων οι τιμές προκαθορίζονται σε συγκεκριμένα επίπεδα ελέγχου. Μερικές από τις σταθερές παραμέτρους που ορίστηκαν είναι: 1) ο ρυθμός παραγωγής, 2) οι χωρητικότητες των αποθηκευτικών χώρων (σιλό ενδιάμεσης αποθήκευσης, σιλό τελικής αποθήκευσης, αποθήκη σάκων), 3) οι χρόνοι παραγωγής και αλλαγής προϊόντος, 4) ο αριθμός των διαθέσιμων σιλό, κτλ. Επιπρόσθετα, ορίστηκαν και οι παράμετροι εισόδου που είναι η ζήτηση κάθε προϊόντος η οποία θεωρείται γνωστή στον χρονικό ορίζοντα προγραμματισμού, καθώς και τα αποθέματα ασφαλείας κάθε προϊόντος. Τα αρχικά αποθέματα ασφαλείας εισάγονται μια φορά κατά την έναρξη της χρήσης του προγράμματος του μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού και αναθεωρούνται από περίοδο σε περίοδο (4ωρο) για κάθε προϊόν.

Μερικές από τις μεταβλητές εξόδου του προγραμματισμού είναι ο αριθμός των αλλαγών στο χρώμα ή στο ιξώδες του προϊόντος συναρτήσει του χρόνου, το είδος του ιξώδους του παραγόμενου προϊόντος σε κάθε χρονική περίοδο του ορίζοντα προγραμματισμού, το τελικό παραγόμενο προϊόν ανά περίοδο, το είδος του προϊόντος που είναι αποθεματοποιημένο μέσα σε κάθε σιλό ανά περίοδο, το είδος και η ποσότητα του προϊόντος που εισέρχεται και εξέρχεται σε κάθε σιλό ανά περίοδο, η ποσότητα του κάθε τύπου προϊόντος που σακιάζεται ανά περίοδο, κτλ.

Λόγω της φύσης και της πολυπλοκότητας του πραγματικού συστήματος, υπήρξε ανάγκη εισαγωγής ενός σημαντικού αριθμού μεταβλητών απόφασης στο μαθηματικό μοντέλο, για την ορθότερη και πληρέστερη απεικόνιση των φυσικών παραμέτρων. Μερικές από αυτές είναι ο τύπος του τελικού προϊόντος που παράγει το εργοστάσιο, ο καθορισμός του σιλό αποθήκευσης όπου θα αποθηκεύεται το παραγόμενο προϊόν, η ποσότητα και ο τύπος του προϊόντος που θα εξέρχεται από κάθε σιλό είτε για να συσκευαστεί σε σάκους είτε για να παραδοθεί άμεσα σε μορφή χύδην, η ποσότητα και ο τύπος των σάκων που θα παραδίδονται σε πελάτες από την αποθήκη κτλ.

2.8 Κατάσρωση προβλήματος

Από τις επιστημονικές εργασίες και μελέτες που έχουν δημοσιευτεί διεθνώς, προκύπτει ότι πάρα πολλές χημικές βιομηχανίες αντιμετωπίζουν παρόμοια προβλήματα οργάνωσης του προγραμματισμού της παραγωγής και του ελέγχου των αποθεμάτων

τους. Στόχος των περισσότερων επιστημονικών εργασιών είναι να ξεπεράσουν τις τρεις σημαντικότερες επιρροές που επενεργούν στο συνολικό κόστος της παραγωγής: 1^ο) τη βελτιστοποίηση του μεγέθους της παρτίδας παραγωγής, 2^ο) τη μείωση των συνολικών νεκρών χρόνων λόγω των διαδικασιών αλλαγής (setup) των διατάξεων της παραγωγής, και 3^ο) τη μείωση του κόστους διατήρησης αποθεμάτων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται από τους ερευνητές διάφορες μέθοδοι ποσοτικής ανάλυσης. Επειδή όμως κάθε σύστημα παραγωγής έχει πολλές ιδιαιτερότητες και εξειδικευμένους αυστηρούς περιορισμούς που κάνουν αδύνατη την συστηματοποίηση των μεθόδων συνολικής βελτιστοποίησης, δεν φαίνεται να υπάρχει ένας συγκεκριμένος τρόπος βελτιστοποίησης του προγραμματισμού και ελέγχου της παραγωγής. Για το λόγο αυτό εξετάστηκε ένα ευρύτερο πλαίσιο επιστημονικών εργασιών ώστε να επιτευχθεί η βαθύτερη κατανόηση του τρόπου επίδρασης των περιορισμών στην επιλογή των μεθόδων βελτιστοποίησης, καθώς και στη δημιουργία μαθηματικών μοντέλων.

2.8.1 Ορισμός αντικειμενικής συνάρτησης

Κάθε πρότυπο βελτιστοποίησης ενός πραγματικού συστήματος είναι πρότυπο μεγιστοποίησης κέρδους ή ελαχιστοποίησης κόστους και έχει τη γενική μορφή των σχέσεων 2.1 ή 2.2.

$$\max \text{Κέρδος} = \text{Έσοδα} - \text{Έξοδα} \quad 2.1$$

$$\min \text{Κόστος} = \text{Έξοδα} - \text{Έσοδα} \quad 2.2$$

Στο δικό μας πρότυπο βελτιστοποίησης, η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης αρχικά συμπεριλάμβανε το κόστος των αλλαγών στο χρώμα και στο ιξώδες, καθώς και το κόστος διατήρησης αποθέματος/ ελλείμματος του τελικού προϊόντος. Εξαιτίας όμως των γεγονότων ότι αφενός το εργοστάσιο δεν επιθυμεί να προκύπτουν ελλείμματα (αντιθέτως θέλει πάντα να ικανοποιείται άμεσα η ζήτηση) και αφετέρου ότι το κόστος διατήρησης αποθέματος των τελικών προϊόντων είναι αμελητέο (σε σύγκριση με το κόστος αλλαγής της παραγωγής των προϊόντων), εξαλείφθηκε ο όρος του κόστους διατήρησης αποθέματος/ ελλείμματος. Έτσι, κατά την τελική μορφοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος περιλαμβάνεται το συνολικό κόστος που προκύπτει από τον αριθμό των αλλαγών στο ιξώδες, καθώς επίσης και η ποσότητα του ενδιάμεσου προϊόντος που παράγεται αναγκαστικά κατά την διαδικασία αλλαγής του χρώματος του προϊόντος.

2.8.2 Περιορισμοί του μοντέλου

Προκειμένου ένα μοντέλο να είναι αντιπροσωπευτικό του πραγματικού συστήματος, θα πρέπει να περιγραφεί η αλυσίδα ροής των υλικών κατά μήκος των διαφόρων σταδίων μέχρι την διάθεση των τελικών προϊόντων στην αγορά. Η ροή αυτή δεν είναι δυνατό να περιγραφεί στην αντικειμενική συνάρτηση διότι εκεί λαμβάνεται υπόψη μόνο το κόστος και το κέρδος το οποίο δημιουργείται από τη λειτουργία της εταιρείας. Η περιγραφή της ροής αυτής γίνεται στους περιορισμούς υπό τους οποίους καλείται το λογισμικό να ελαχιστοποιήσει το κόστος ή να μεγιστοποιήσει το κέρδος και περιλαμβάνει κυρίως εξισώσεις συνέχειας μεταξύ των θέσεων αποθήκευσης υλικών, της αγοράς πώλησης και

της αγοράς προμήθειας, και τέλος, περιορισμούς δυναμικότητας της ικανότητας αποθήκευσης, της παραγωγής, της αγοράς των προϊόντων και της αγοράς προμήθειας των πρώτων υλών. Μια άλλη ομάδα περιορισμών περιλαμβάνει το μηδενισμό ή απειροποίηση μεταβλητών οι οποίες δεν έχουν φυσική υπόσταση και γι' αυτό δε θα πρέπει να μετέχουν στη βέλτιστη λύση. Οι μεταβλητές αυτές χρησιμοποιούνται κατά τη μοντελοποίηση ως τεχνάσματα γιατί διευκολύνουν τη διαδικασία αυτή. Επίσης μια άλλη ομάδα περιορισμών περιλαμβάνει περιορισμούς ανισοτήτων κυρίως λόγω του ότι μία σχέση η οποία επιδιώκει να περιγράψει μία εξίσωση επιλογής του ελαχίστου ή του μεγίστου μεταξύ δύο μεγεθών, καταστρέφει τη γραμμικότητα του προτύπου εάν περιγραφεί με τη χρήση των γνωστών συναρτήσεων «min» ή «max». Ανισότητες επίσης χρησιμοποιούνται και όταν η τιμή μιας μεταβλητής δε μπορεί λόγω τεχνολογικών ή άλλων περιορισμών, να ξεπεράσει ένα άνω ή κάτω όριο. Ακόμη υπάρχει μια ομάδα περιορισμών που καθορίζει τις αρχικές συνθήκες υπό τις οποίες το λογισμικό θα βελτιστοποιήσει τη λειτουργία του συστήματος, όπως επίσης και τις τελικές συνθήκες υπό τις οποίες το σύστημα θα πάψει να μελετάται.

Συνοψίζοντας τις κατηγορίες περιορισμών γραμμικού προγραμματισμού, προκύπτουν οι ακόλουθες:

- Περιορισμοί δυναμικότητας της παραγωγής
- Περιορισμοί δυναμικότητας μηχανικού εξοπλισμού
- Περιορισμοί διαθεσιμότητας πόρων (πρώτες ύλες, κεφάλαιο, κτλ)
- Περιορισμοί χωρητικότητας αποθηκευτικών χώρων των προϊόντων
- Περιορισμοί συνέχειας της ροής των προϊόντων
- Περιορισμοί κάλυψης της ζήτησης
- Περιορισμοί αρχικοποίησης μεταβλητών
- Περιορισμοί θετικότητας

Στις παραπάνω κατηγορίες γραμμικών περιορισμών ανήκουν και οι περιορισμοί του προβλήματος που περιγράφηκε. Αυτοί είναι οι εξής:

- 1) Σε κάθε χρονική περίοδο μπορεί να παράγεται μόνο ένα προϊόν.
- 2) Είναι αδύνατη η παραγωγή μαύρου και άσπρου χρώματος σε 2 διαδοχικές χρονικές περιόδους. Πρέπει αναγκαστικά να παραχθεί για μια χρονική περίοδο το ενδιάμεσο χρώμα.
- 3) Μπορεί να γίνει μόνο μια αλλαγή ιξώδους σε 6 συνεχόμενες περιόδους.
- 4) Αν υπάρξει αλλαγή τότε το χαμηλό ιξώδες της μιας περιόδου γίνεται υψηλό την επόμενη περίοδο, και αντίστροφα.
- 5) Αν δεν υπάρξει αλλαγή στο ιξώδες, τότε αυτό παραμένει ίδιο για 2 διαδοχικές χρονικές περιόδους.
- 6) Δεν είναι δυνατό το χαμηλό ιξώδες να συνδυαστεί με ενδιάμεσο ή μαύρο χρώμα.
- 7) Δεν είναι δυνατό συγχρόνως να υπάρχει υψηλό και χαμηλό ιξώδες.
- 8) Υφίστανται περιορισμοί για τους συνδυασμούς χρώματος και ιξώδους που πραγματοποιούνται για την παραγωγή των επιθυμητών τελικών προϊόντων.
- 9) Η ποσότητα ενός συγκεκριμένου προϊόντος που εξέρχεται από κάθε σιλό σε μια συγκεκριμένη περίοδο, ισούται με τη συνολική ζήτηση από trucks, bulk containers και Big Bags. Η παραδοχή αυτή στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι σωστή γιατί λόγω της υψηλής δυναμικότητας της μονάδας, της χαμηλής τιμής της

- ζήτησης στη συγκεκριμένη χρονική περίοδο και της πολιτικής που εφαρμόζει η βιομηχανία για την κάλυψη του συνόλου της ζήτησης, δεν είναι δυνατό η ζήτηση να ξεπεράσει το απόθεμα στο τέλος της συγκεκριμένης χρονικής περιόδου.
- 10) Η σακιστική μηχανή έχει συγκεκριμένη δυναμικότητα.
 - 11) Η αποθήκη τελικών προϊόντων έχει συγκεκριμένη χωρητικότητα.
 - 12) Υφίστανται περιορισμοί συνέχειας των τελικών προϊόντων στην αποθήκη.
 - 13) Στο τέλος του χρονικού ορίζοντα εξέτασης του προβλήματος θα πρέπει για κάθε προϊόν να υπάρχει κάποια ελάχιστη ποσότητα αποθέματος στην αποθήκη (απόθεμα ασφαλείας).
 - 14) Το κάθε σιλό αποθήκευσης έχει περιορισμένη χωρητικότητα.
 - 15) Υφίστανται περιορισμοί συνέχειας των προϊόντων στα σιλό.
 - 16) Στο τέλος του χρονικού ορίζοντα θα πρέπει για κάθε προϊόν να υπάρχει κάποια ελάχιστη ποσότητα αποθέματος στα σιλό (απόθεμα ασφαλείας).
 - 17) Σε κάθε σιλό τελικής αποθήκευσης υπάρχει το πολύ ένα προϊόν.
 - 18) Το κάθε παραγόμενο προϊόν αποθηκεύεται σε σιλό αποθήκευσης σύμφωνα τον τύπο του προϊόντος που υπάρχει ήδη μέσα στα σιλό.
 - 19) Αν εισέλθει προϊόν μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο σε ένα σιλό τότε το είδος του προϊόντος που εισέρχεται στο σιλό είναι ίδιο μ' αυτό που υπάρχει μέσα.
 - 20) Ο ρυθμός εξόδου από κάθε σιλό έχει συγκεκριμένη δυναμικότητα.
 - 21) Δε μπορεί να εξέλθει ποσότητα προϊόντος από κάποιο σιλό αν δεν υπάρχει στο σιλό αυτό προϊόν.
 - 22) Για να εισέλθει ένα προϊόν διαφορετικού τύπου από αυτό που προϋπάρχει μέσα σε ένα σιλό θα πρέπει πρώτα αυτό να αδειάσει.

2.9 Ζήτηση

Έχοντας ως στόχο την προσέγγιση της ετήσιας ζήτησης του εργοστασίου για κάθε τύπο προϊόντος, πραγματοποιήθηκε στα δεδομένα αυτής στατιστική ανάλυση αφού έγινε πρώτα συλλογή στοιχείων από δελτία παραγγελιών της εταιρείας ενός έτους.

Υπολογίζοντας αρχικά ορισμένα βασικά στατιστικά στοιχεία (μέσους όρους, τυπικές αποκλίσεις, ελάχιστες και μέγιστες τιμές, κ.α.) για την ημερήσια ζήτηση για κάθε τύπο συσκευασίας (χύδην ή σακί) και κάθε τύπο προϊόντος (WG, FH, SD), προβήκαμε σε αναζήτηση για την εύρεση της θεωρητικής στατιστικής κατανομής που ταιριάζει καλύτερα στα δεδομένα. Εξαιτίας της εμφάνισης ενός μεγάλου αριθμού ημερών με μηδενική ζήτηση (ζήτηση προϊόντων τα Σαββατοκύριακα μηδενική), καθώς και ενός πολύ μικρότερου αριθμού ημερών με πολύ μεγάλη ζήτηση (συσσώρευση πολλών παραγγελιών μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα στο οποίο το εργοστάσιο δεν λειτουργούσε π.χ. το καλοκαίρι), καμία «κοινή» κατανομή δεν φαίνεται να ταιριάζει καλά στα δεδομένα. Αναπροσαρμόζοντας όμως τα δεδομένα έτσι ώστε να εξαλειφθούν τα δύο προαναφερθέντα φαινόμενα (πολλές ημέρες με μηδενική ζήτηση, και λίγες ημέρες με υπερβολικά μεγάλη ζήτηση), διαπιστώθηκε ότι σε όλες τις περιπτώσεις η κατανομή Weibull ταιριάζει καλύτερα σε σύγκριση με τις υπόλοιπες κατανομές.

Στην συνέχεια εξετάζοντας την ύπαρξη στατιστικά σημαντικής αυτοσυσχέτισης στις χρονοσειρές της ημερήσιας ζήτησης διαπιστώθηκε ότι υπάρχει μια σχετικά μικρή αυτοσυσχέτιση μεταξύ της ζήτησης μίας ημέρας και της 7^{ης} ημέρας μετά από αυτή, και αυτό εξαιτίας του γεγονότος ότι υπάρχει εβδομαδιαία περιοδικότητα του συστήματος.

Διαπιστώθηκε επίσης ότι η ζήτηση αυξάνεται στο μέσο της εβδομάδας ενώ παίρνει μικρότερες τιμές στα άκρα αυτής.

3. Κατάσρωση του συστήματος για την επίλυση του στην AMPL

3.1 Γενικά

Έχοντας καταστρώσει θεωρητικά το πρόβλημα, στη συνέχεια θα εκφραστούν οι μαθηματικές εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν. Το σύνολο των σχέσεων αυτών θα αποτελέσουν το μαθηματικό πρότυπο του προβλήματός μας. Οι μαθηματικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται κατά τη διαμόρφωση των μαθηματικών προτύπων χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: στις καταστατικές εξισώσεις και στις εξισώσεις ροών.

Η γενικότητα η οποία παρέχεται από την γλώσσα AMPL επιτρέπει την απλοποίηση αυτών μέσω δημιουργίας αθροισμάτων επαναλαμβανόμενων πράξεων και σταδίων του προτύπου, με τη χρήση δεικτών για την απαραίτητη διακριτοποίηση των μεταβλητών. Μέσω αυτής της διαδικασίας είναι πολύ πιο εύκολο να προσαρμοστεί το πρότυπο όταν υπάρχει μεταβολή των δεδομένων εισόδου ή ακόμη και όταν προκύψουν νέα δεδομένα τα οποία επηρεάζουν τη δομή του συστήματος. Η δυνατότητα αυτή δίνει στο προγραμματιστή μεγάλη ευελιξία για τη δοκιμή διαφόρων στρατηγικών ή μεσοπρόθεσμων πολιτικών, αφού καθιστά εύκολη την ομαδική αλλαγή στους κανόνες λειτουργίας του προτύπου και επιτρέπει τον έλεγχο εναλλακτικών πολιτικών για την ανεύρεση της βέλτιστης στρατηγικής.

3.2 Μορφοποίηση Προβλήματος

Για τη διατύπωση του προβλήματος του χρονικού προγραμματισμού χρησιμοποιήθηκαν διάφοροι δείκτες, μεταβλητές απόφασης και παράμετροι. Οι συμβολισμοί αυτών καθώς και τα πεδία ορισμού τους για το συγκεκριμένο παράδειγμα, παρουσιάζονται ακολούθως.

Δείκτες:

- i : δείκτης χρώματος, $i \in I (= \{1, 2, 3\} = \{\text{ανοικτό, γκρι, σκούρο}\})$
- j : δείκτης τελικού προϊόντος, $j \in J (= \{1, 2, 3, 4\} = \{\text{WG, SD, G, FH}\})$
- k : δείκτης ιξώδους, $k \in K (= \{1, 2\} = \{\text{χαμηλό, υψηλό}\})$
- q : δείκτης σιλό, $q \in Q (= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\})$
- t : δείκτης χρονικού ορίζοντα, $t = 1, 2, \dots, T (= 48 + N + M)$

Μεταβλητές Απόφασης:

- X_{it} : δυαδική μεταβλητή απόφασης που παίρνει την τιμή 1 αν κατά την περίοδο t εισέρχεται προϊόν χρώματος i από το 1^ο στάδιο παραγωγής στο ενδιάμεσο σιλό αποθήκευσης, και 0 αλλιώς
- a_i : δυαδική μεταβλητή απόφασης που παίρνει την τιμή 1 αν στην αρχή της περιόδου t ξεκινάει στο 2^ο στάδιο παραγωγής μετάβαση από υψηλό σε χαμηλό ιξώδες ή αντίστροφα, και 0 αλλιώς
- z_{kt} : δυαδική μεταβλητή απόφασης που παίρνει την τιμή 1 αν κατά την περίοδο t εξέρχεται προϊόν ιξώδους k , και 0 αλλιώς

- Y_{jt} : δυαδική μεταβλητή απόφασης που παίρνει την τιμή 1 αν κατά την περίοδο t εξέρχεται τελικό προϊόν j από το 2^ο στάδιο παραγωγής, και 0 αλλιώς
- S_{qjt} : απόθεμα τελικού προϊόντος j στο τελικό σιλό αποθήκευσης q στο τέλος της περιόδου t ,
- W_{qjt} : δυαδική μεταβλητή απόφασης που παίρνει την τιμή 1 αν στο τελικό σιλό αποθήκευσης q περιέχεται τελικό προϊόν j κατά την περίοδο t , και 0 αλλιώς
- g_{qjt} : δυαδική μεταβλητή απόφασης που παίρνει την τιμή 1 αν κατά την περίοδο t εισέρχεται τελικό προϊόν j στο τελικό σιλό αποθήκευσης q , και 0 αλλιώς
- G_{qjt} : ποσότητα τελικού προϊόντος j που εξέρχεται από το τελικό σιλό αποθήκευσης q την περίοδο t
- B_{qjt} : ποσότητα τελικού προϊόντος j που βγαίνει από το σιλό q , σακιάζεται και αποθηκεύεται στην εξωτερική αποθήκη την περίοδο t
- R_{jt} : απόθεμα τελικού προϊόντος j στην εξωτερική αποθήκη στο τέλος της περιόδου t

Παράμετροι:

- dST_{jt} : ζήτηση σε σιλοφόρα-βυτία για το τελικό προϊόν j την περίοδο t
- dBC_{jt} : ζήτηση σε φορτηγά-κοντέινερ για τελικό προϊόν j την περίοδο t
- dBB_{jt} : ζήτηση σε σακιά για το τελικό προϊόν j την περίοδο t
- P : ρυθμός παραγωγής (= 33,3 τόνοι ανά 4ωρο)
- N : αριθμός θέσεων στο ενδιάμεσο σιλό αποθήκευσης (= 6 θέσεις των 33,3 τόνων έκαστη που αντιστοιχούν σε αρχικό απόθεμα 200 τόνων)
- M : αριθμός θέσεων στο 2^ο στάδιο παραγωγής (= 6 θέσεις των 33,3 τόνων έκαστη που αντιστοιχούν σε χωρητικότητα σταδίου 200tn)
- C : κόστος ανά μετάβαση από τον ένα τύπο ιξώδους στον άλλο
- D : κόστος ανά μετάβαση από τον ένα τύπο χρώματος στον άλλο
- u_{ST} : ταχύτητα φόρτωσης προϊόντων σε σιλοφόρα (= $56 \times 4 = 224$ τόνοι ανά 4ωρο)
- u_{BC} : ταχύτητα φόρτωσης προϊόντων σε κοντέινερ (= $17,3 \times 4 = 69,2$ τόνοι ανά 4ωρο)
- u_{BB} : ταχύτητα σακιάσματος (= $10 \times 4 = 40$ τόνοι ανά 4ωρο)
- S_{\max} : μέγιστη χωρητικότητα τελικού σιλό αποθήκευσης q (= 430 τόνοι)
- $S_{j,\min}$: ελάχιστο συνολικό απόθεμα τελικού προϊόντος j σε όλα τα τελικά σιλό αποθήκευσης στο τέλος του ορίζοντα προγραμματισμού (= 50 τόνοι)
- R_{\max} : μέγιστη χωρητικότητα εξωτερικής αποθήκης (= 3.300 τόνοι)
- $R_{j,\min}$: ελάχιστο απόθεμα τελικού προϊόντος j σε σακιά στην εξωτερική αποθήκη στο τέλος του ορίζοντα προγραμματισμού (= 50 τόνοι)
- B_{\max} : μέγιστη δυναμικότητα σακιστικής μηχανής
- MI : ένας πολύ μεγάλος αριθμός
- Έχοντας χρησιμοποιήσει τους παραπάνω συμβολισμούς η αντικειμενική συνάρτηση και κάποιοι από τους περιορισμούς του προβλήματος μορφοποιούνται ως εξής:

(Αντικειμενική συνάρτηση)

(Ελαχιστοποίηση του κόστους της παραγωγής που οφείλεται στις αλλαγές του ιξώδους και στην ποσότητα του ενδιάμεσου προϊόντος που παράγεται αναγκαστικά)

$$\text{Min } C * \sum_{t=1}^{TIME} a_t + D * \sum_{t=1}^{TIME} X_2 t$$

(Περιορισμοί Δυναμικότητας Παραγωγής)

(Μόνο ένα προϊόν μπορεί να παράγεται σε μια δεδομένη χρονική περίοδο στο 1^ο στάδιο παραγωγής)

$$\sum_{i=1}^3 x_{it} = 1 \quad (1)$$

(Μόνο ένα προϊόν μπορεί να παράγεται σε μια δεδομένη χρονική περίοδο στο 2^ο στάδιο παραγωγής)

$$\sum_{j=1}^4 y_{jt} = 1 \quad (2)$$

(Δε μπορώ σε 2 διαδοχικές χρονικές περιόδους να παράγω τα προϊόντα 1& 3, θα πρέπει πρώτα να παράξω για μια τουλάχιστον χρονική περίοδο το προϊόν 2)

$$x_{1t} + x_{3t+1} \leq 1 \quad (3)$$

$$x_{3t} + x_{1t+1} \leq 1 \quad (4)$$

(Δεν μπορώ να έχω συγχρόνως και υψηλό και χαμηλό ιξώδες)

$$z_{1t} + z_{2t} = 1 \quad (5)$$

(Περιορισμοί χωρητικότητας)

(ποσότητα προϊόντος σε κάθε σιλό δεν μπορεί να υπερβαίνει τη χωρητικότητα του ($S_{\max}=430\text{tn}$))

$$S_{qjt} \leq S_{\max} * W_{qjt} \quad (6)$$

(ποσότητα συνολικού προϊόντος που βρίσκεται την περίοδο t στην αποθήκη δεν μπορεί να υπερβαίνει τη χωρητικότητα της ($R_{\max}=3500\text{tn}$))

$$\sum_{j=1}^4 R_{jt} \leq R_{\max} \quad (7)$$

(Περιορισμός δυναμικότητας μηχανικού εξοπλισμού)

(συνολική ποσότητα προϊόντος που μπορεί να σακιαστεί δεν μπορεί να ξεπεράσει τη δυναμικότητα της σακιστικής μηχανής ($B_{\max}=10\text{tn/h}$))

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{q=1}^8 B_{qjt} \leq B_{\max} \quad (8)$$

(Περιορισμοί συνέχειας της ροής των προϊόντων)

(περιορισμός διατήρησης αποθέματος στα σιλό)

$$S_{qjt} = S_{qjt-1} + P * g_{qjt} - G_{qjt} \quad (9)$$

(περιορισμός διατήρησης αποθέματος στην αποθήκη)

$$R_{jt} = R_{jt-1} + \sum_{q=1}^8 B_{qjt} - dBB_{jt} \quad (10)$$

3.3 Εφαρμογή του μοντέλου

Έχοντας κωδικοποιήσει το μορφοποιημένο πρόβλημα στη γλώσσα αλγεβρικής μοντελοποίησης AMPL, θα πρέπει στη συνέχεια να δώσουμε τιμές στις παραμέτρους του προβλήματος μας. Έστω αρχικά $N=6$ και $M=6$ το οποίο σημαίνει ότι πριν ξεκινήσει η παραγωγή θα πρέπει να γεμίσουν οι θέσεις αυτές με προϊόν και άρα η παραγωγική διαδικασία θα ξεκινήσει σε χρόνο $N+M+1$. Ο χρονικός ορίζοντας είναι μια εβδομάδα ή αλλιώς 42 χρονικές περιόδους ($=6$ χρονικές περιόδου/μέρα* 7μέρες/εβδομάδα). Η κατάσταση του συστήματος στην αρχή του χρονικού ορίζοντα φαίνεται μέσω των Πινάκων 1-3. Οι τιμές που παίρνουν οι άλλες παράμετροι του προβλήματος είναι οι εξής: $P=30$, $S_{\max}=430$, $C=1$, $D=1$, $I_{\min}=50$ για τα τελικά προϊόντα 1,2 και 4 (WG, SD, FH) και $I_{\min}=0$ για το τελικό προϊόν 3 (G).

	t				
	8	9	10	11	12
a_t	0	1	0	0	0

Πίνακας 1: Μεταβλητή απόφασης για τις αλλαγές ιξώδους τις τελευταίες 5 χρονικές περιόδους του χρονικού ορίζοντα

	t					
	10	11	12	13	14	15
z_t	0	0	1	1	1	1

Πίνακας 2: Αρχικοποίηση της μεταβλητής του ιξώδους στην αρχή του χρονικού ορίζοντα

	T											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Χρώμα	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Γ	A	A	A	A	A

Πίνακας 3: Αρχικοποίηση του χρώματος του προϊόντος που βρίσκεται στις $N+M$ θέσεις (Σ = σκούρο, Γ = γκρι, A= ανοικτό)

Ο Πίνακας 1 δείχνει ότι έχει υπάρξει αλλαγή την χρονική περίοδο 9. Αυτή η αλλαγή ιξώδους αλλάζει το είδος του ιξώδους την χρονική περίοδο 12 κάτι το οποίο φαίνεται στο Πίνακα 2. Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο αφού για να επέλθει μια αλλαγή στο ιξώδες του προϊόντος απαιτούνται 3 χρονικές περιόδους. Στο Πίνακα 3 φαίνεται το χρώμα του προϊόντος που έχει χαρακτηρίσει κάθε μια από τις $N+M$ θέσεις πριν ακόμη ξεκινήσει η παραγωγική διαδικασία. Έτσι εξαιτίας των αρχικοποιήσεων των μεταβλητών ιξώδους και χρώματος θα είναι γνωστό το τελικό προϊόν που θα παραχθεί τις πρώτες 3 περιόδους της παραγωγικής διαδικασίας και αυτό θα είναι το τελικό προϊόν FH.

Στη συνέχεια ο Πίνακας 4 παρουσιάζει τα είδη των τελικών προϊόντων και τις αρχικές ποσότητες αυτών μέσα σε καθένα από τα 8 σιλό. Από το Πίνακα 4 φαίνεται επίσης πως μόνο το σιλό 5 είναι άδειο στην αρχή του χρονικού ορίζοντα. Στο Πίνακα 5 φαίνονται οι αρχικές ποσότητες και τα αποθέματα ασφαλείας των τελικών προϊόντων.

Αριθμός σιλό	1	2	3	4	5	6	7	8
Τελικό προϊόν	Y_1	Y_2	Y_1	Y_1	-	Y_4	Y_2	Y_2
Ποσότητα τελικού προϊόντος	70	80	90	70	0	100	40	70

Πίνακας 4: Είδη τελικού προϊόντος και ποσότητες αυτών μέσα σε κάθε σιλό

Είδος τελικού προϊόντος	1	2	3	4
Αρχικές ποσότητες	100	100	30	100
Αποθέματα ασφαλείας	50	50	0	50

Πίνακας 5: Αρχικές ποσότητες και αποθέματα ασφαλείας των τελικών προϊόντων στην αποθήκη

Τέλος στον Πίνακα 6 φαίνονται οι ζητήσεις για κάθε τύπο τελικού προϊόντος για τα σιλοφόρα (silos trucks), τα κοντέινερς (bulk containers) και τα σακιά (big bags), μέσα στο χρονικό ορίζοντα των $N+M$ χρονικών περιόδων πριν την έναρξη της παραγωγικής διαδικασίας συν τον χρονικό ορίζοντα παραγωγής του συστήματος που ισοδυναμεί με μία εβδομάδα ή αλλιώς 42 χρονικές περιόδους. Η ζήτηση των περιόδων που δεν εμφανίζονται στο πίνακα είναι μηδενική.

Χρονική περίοδος	14	16	18	20	20	22	22	25	26	28	29
Είδος τελικού προϊόντος	4	4	4	2	2	2	2	2	2	2	2
Είδος ζήτησης	d_{TR}	d_{BC}	d_{TR}	d_{TR}	d_{BB}	d_{TR}	d_{BB}	d_{BC}	d_{BB}	d_{TR}	d_{BC}
Ποσότητα ζήτησης	56	69	56	56	30	56	30	69	30	56	69

Πίνακας 6: Ζήτηση τελικών προϊόντων

Χρονική περίοδος	32	33	33	39	42	43	47	47	51	52	53
Είδος τελικού προϊόντος	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2
Είδος ζήτησης	d_{TR}	d_{BC}	d_{BB}	d_{TR}	d_{TR}	d_{BB}	d_{TR}	d_{BB}	d_{BC}	d_{BB}	d_{BC}
Ποσότητα ζήτησης	56	69	30	200	56	30	56	30	69	30	69

Πίνακας 6: Συνέχεια

Η αλλαγή από σκούρο χρώμα (περίοδος 6) σε ανοικτό χρώμα (περίοδος 8) που φαίνεται στο Πίνακα 3, επιφέρει αλλαγή στο τύπο του τελικού προϊόντος που παράγεται το οποίο από FH (περίοδος 18) γίνεται SD (περίοδος 20) με παραγωγή ενδιάμεσου προϊόντος G (περίοδος 19).

Η βέλτιστη λύση από το παραπάνω πρόβλημα επιφέρει μια αλλαγή στο ιξώδες από υψηλό σε χαμηλό (περίοδος 37). Ως αποτέλεσμα αυτής της αλλαγής το τελικό προϊόν το οποίο παράγεται αλλάζει από SD (περίοδος 39) σε WG (περίοδος 40). Έτσι η βέλτιστη λύση της αντικειμενικής είναι ίση με 1 εξαιτίας του γεγονότος ότι $\alpha_{37}=1$. Επίσης μπορούμε να σημειώσουμε ότι η παραγωγή του ενδιάμεσου προϊόντος G (περίοδος 19) δεν επηρεάζει την τιμή της αντικειμενικής. Όλες οι άλλες μεταβλητές απόφασης παίρνουν τιμές που επιβεβαιώνουν την ορθότητα του μοντέλου.

Στη συνέχεια παραθέτουμε τη λύση του μοντέλου μας και τις τιμές ορισμένων μεταβλητών απόφασης έτσι όπως θα εμφανιστούν τρέχοντας το πρόβλημά μας στην AMPL.

```
C:\Documents and Settings\volv\Επιφάνεια εργασίας\AMPL\ampl.exe
ILOG AMPL 9.100, licensed to "university-volos".
AMPL Version 20021038 (Linux 2.4.18-14)
ampl: model arxeio vpi.txt;
ampl: data vpi.dat;
ampl: option cplex_options 'timing=1';
ampl: solve;
ILOG CPLEX 9.100, licensed to "university-volos", options: e m b q
CPLEX 9.1.0: timing=1

Times (seconds):
Input = 0.031994
Solve = 28.7846
Output = 0.06599
CPLEX 9.1.0: optimal (non-)integer solution; objective 1
14354 MIP simplex iterations
70 branch-and-bound nodes
6 integer variables rounded (maxerr = 3.33333e-09).
Assigning integrality = 0 might help.
Currently integrality = 1e-05.
```

```
C:\Documents and Settings\volv\Επιφάνεια εργασίας\AMPL\ampl.exe
ampl: display y;
y [*,*] (tr)
:      1      2      3      4      :=
13     0      0      0      1
14     0      0      0      1
15     0      0      0      1
16     0      0      0      1
17     0      0      0      1
18     0      0      0      1
19     0      0      1      0
20     0      1      0      0
21     0      1      0      0
22     0      1      0      0
23     0      1      0      0
24     0      1      0      0
25     0      1      0      0
26     0      1      0      0
27     0      1      0      0
28     0      1      0      0
29     0      1      0      0
30     0      1      0      0
31     0      1      0      0
32     0      1      0      0
33     0      1      0      0
34     0      1      0      0
35     0      1      0      0
36     0      1      0      0
37     0      1      0      0
38     0      1      0      0
39     0      1      0      0
40     1      0      0      0
41     1      0      0      0
42     1      0      0      0
43     1      0      0      0
44     1      0      0      0
45     1      0      0      0
46     1      0      0      0
47     1      0      0      0
48     1      0      0      0
49     1      0      0      0
50     1      0      0      0
51     1      0      0      0
52     1      0      0      0
53     1      0      0      0
54     1      0      0      0
;
```

```
C:\Documents and Settings\oly\Επιφάνεια εργασίας\AMPL\ampl.exe
ampl: display z;
z [*,*] (tr)
:=
: 1 2
10 1 0
11 1 0
12 0 1
13 0 1
14 0 1
15 0 1
16 0 1
17 0 1
18 0 1
19 0 1
20 0 1
21 0 1
22 0 1
23 0 1
24 0 1
25 0 1
26 0 1
27 0 1
28 0 1
29 0 1
30 0 1
31 0 1
32 0 1
33 0 1
34 0 1
35 0 1
36 0 1
37 0 1
38 0 1
39 0 1
40 1 0
41 1 0
42 1 0
43 1 0
44 1 0
45 1 0
46 1 0
47 1 0
48 1 0
49 1 0
50 1 0
51 1 0
52 1 0
53 1 0
54 1 0
```

```
C:\Documents and Settings\oly\Επιφάνεια εργασίας\AMPL\ampl.exe
ampl: display a;
a [*] :=
8 0 13 0 18 0 23 0 28 0 33 0 38 0 43 0 48 0 53 0
9 1 14 0 19 0 24 0 29 0 34 0 39 0 44 0 49 0 54 0
10 0 15 0 20 0 25 0 30 0 35 0 40 0 45 0 50 0
11 0 16 0 21 0 26 0 31 0 36 0 41 0 46 0 51 0
12 0 17 0 22 0 27 0 32 0 37 1 42 0 47 0 52 0
```

4. Ερωτήσεις

- 1) Πως πιστεύεται ότι επιδρά η ζήτηση κάθε προϊόντος ξεχωριστά στο συνολικό πρόγραμμα παραγωγής;
- 2) Ποιες μορφές της ζήτησης των προϊόντων πιστεύεται ότι θα έπρεπε να εξεταστούν έτσι ώστε να μπορούμε να γενικεύσουμε τα συμπεράσματα που προκύπτουν;
- 3) Μπορείτε έχοντας γνωστές τις μεταβλητές που χρησιμοποιηθήκαν να μορφοποιήσετε τους υπολοίπους περιορισμούς του προβλήματος;
- 4) Τη είδους πολιτική διατήρησης αποθεμάτων θα ακολουθούσατε προκειμένου το σύστημα να μπορεί να ικανοποιήσει τη ζήτηση στον επόμενο ορίζοντα προγραμματισμού;
- 5) Ποιά μέθοδος προβλέψεων πιστεύεται ότι θα ήταν κατάλληλη για να χρησιμοποιήσει η επιχείρηση στη διαδικασία πρόβλεψης της ζήτησης των προϊόντων για τον επόμενο ορίζοντα προγραμματισμού; Για να απαντήσετε, να λάβετε υπόψη σας τη χρονοσειρά της ζήτησης που δίνεται στο μοντέλο μας.

5. Συμπεράσματα

Μετά τη μορφοποίηση της παραγωγικής διαδικασίας της χημικής βιομηχανίας ως ένα μοντέλο μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού παρατηρείτε η πραγματοποίηση ενός ελαχίστου αριθμού αλλαγών χρώματος και ιξώδους καθώς και η παραγωγή ελάχιστης ποσότητας του χαμηλού ποιοτικά προϊόντος. Ακόμη εξασφαλίζεται ότι δεν παραβιάζεται κανένας από τους περιορισμούς ενώ η ζήτηση για τα τελικά προϊόντα ικανοποιείται άμεσα. Ο μεγάλος αριθμός των μεταβλητών απόφασης ενισχύει την προσαρμοστικότητα του μοντέλου, το οποίο μπορεί εύκολα να επεκταθεί σε επιπρόσθετα προβλήματα που μπορούν να προκύψουν. Τέλος ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος αυξάνει καθώς αυξάνεται το μέγεθός του, κάτι αναμενόμενο για ένα πρόβλημα μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού.

6. Μελλοντικές κατευθύνσεις

Υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός μελλοντικών κατευθύνσεων με τις οποίες θα μπορούσαν να ασχοληθούν υποψήφιοι διπλωματούχοι του τμήματος στα πλαίσια της διεκπεραίωσης της διπλωματικής τους εργασίας. Μερικές από αυτές είναι οι εξής:

- 1) Ανάπτυξη εξειδικευμένων αλγορίθμων για τη γρήγορη επίλυση του προβλήματος.
- 2) Ανάπτυξη συστήματος υποστήριξης αποφάσεων που θα επιτρέπει στο χρήστη την εύκολη εισαγωγή κι εξαγωγή δεδομένων στο πρόγραμμα.
- 3) Εξαρχής μορφοποίηση όλου του προβλήματος σε συνεχή αντί για διακριτό χρόνο.
- 4) Εκτίμηση των ελαχίστων αποθεμάτων 'ασφαλείας' στο τέλος του ορίζοντα προγραμματισμού ώστε να εξασφαλισθεί ότι και στον επόμενο ορίζοντα προγραμματισμού θα μπορεί το σύστημα να ικανοποιήσει τη ζήτηση.
- 5) Εισαγωγή της έννοιας της στοχαστικότητας στη μορφοποίηση του προβλήματος.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Hui, C.-W. (2000). A novel MILP formulation for short term scheduling of multistage multi product batch plants. *Computers and Chemical Engineering* vol. 24, pp. 1611-1617.
- Castro, P.M and Grossmann, I.E, (2006). An efficient MILP model for short-term scheduling of single stage batch plants. *Computers and chemical Eng* vol. 30, pp 1003-1018.
- Dedopoulos, I.T. and Shah, N., (1995). Optimal short-term scheduling of maintenance and production for multipurpose plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 34, pp. 192–201.
- Floudas, C.A. (2004). Continuous-time versus discrete time approaches for scheduling of chemical processes: a review. *Computers chemical Eng* vol. 28, pp 2109-2129.
- Fourer, R., Gay, D.M. and Kernighan, B.W., (2002). *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*. Duxbury Press.
- Grunow, M. and Günter, H.-O. (2002). Campaign planning for multi-stage batch processes in the chemical industry. *OR Spectrum* vol. 24(3), pp. 281-314.
- Hui, C., Gupta, A. and van der Meulen, H.A.J., (2000). A novel MILP formulation for short-term scheduling of multi-stage multi-product batch plants with sequence-dependent constraints. *Computers and Chemical Engineering* 24, pp. 2705–2717.
- Kallrath, J. (2002). Combined strategic and operational planning - An MILP success story in chemical industry. *OR Spectrum* vol. 24(3), pp. 315-341.
- Kallrath, J. (2002). Planning and scheduling in the process industry. *OR Spectrum* vol. 24 (3), pp. 219-250.
- Mendez, C.A., Cerda, J.I., Grossmann, I.E., Harjunkski, L., Fahl, M. (2006). State-of-the art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes. *Computers and Chemical Engineering* vol. 30, pp. 913-946.
- Pinto, J.M. (1997). A continuous-time MILP optimization for short-term scheduling of batch plants. *Computers chemical Eng* vol 22(9), pp 1297-1308.
- Karimi, L.A. and McDonald, C.M., (1997). Planning and scheduling of parallel semi-continuous processes. Part 2. Short-term scheduling. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 36, pp. 2701–2714.
- Lamba, N. and Karimi, L.A., (2002a). Scheduling parallel production lines with resource constraints. Part 1. Model formulation. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 41, pp. 779–789.
- Lamba, N. and Karimi, I.A., (2002b). Scheduling parallel production lines with resource constraints. Part 2. Decomposition algorithm. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 41, pp. 790–800.
- Méndez, C.A. and Cerdá, J., (2000). Optimal scheduling of a resource-constrained multi-product batch plant supplying intermediates to nearby end-product facilities. *Computers and Chemical Engineering* 2A, pp. 369–376.
- Moon, S. and Hrymak, A.N., (1999). Mixed-integer linear programming model for short-term scheduling of a special class of multipurpose batch plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 38, pp. 2144–2150.

- Pinto, J.M. and Grossmann, I.E., (1995). A continuous time mixed integer linear programming model for short term scheduling of multistage batch plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 34, pp. 3037–3051.
- Pinto, J.M. and Grossmann, I.E., (1996). An alternate MILP model for short-term scheduling of batch plants with preordering constraints. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 35, pp. 338–342.
- Suerie C. (2005). *Time continuity in discrete time models. New approaches for production planning in process industries.* Darmstadt.